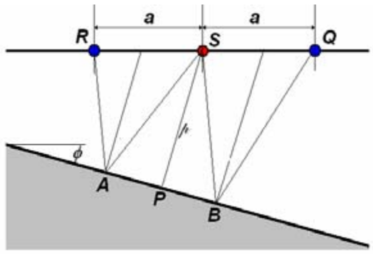
I.A. Cutremur şi . . . **(5 puncte)**



La suprafața de separare a două straturi alcătuite din roci diferite, o undă seismică incidentă se divizează, formând atât o undă transmisă cât şi o undă reflectată.
„Metoda reflexiei" este un procedeu de prospecțiune geologică în care se foloseşte comportarea undei seismice la interfața straturilor geologice.
Problema de față îți propune să analizezi posibilitatea localizării în interiorul pământului, a unui strat de rocă având fața de sus plană şi înclinată în raport cu suprafața, considerată plană şi orizontală, a pământului. În figura alăturată, suprafața pământului este reprezentată – în secțiune verticală – de dreapta RQ, iar suprafața stratului de rocă este reprezentată de dreapta AB. Undele seismice datorate unei explozii produse în punctul S, aflat pe suprafața Pământului sunt detectate cu două aparate aşezate tot pe suprafața pământului, în punctele R şi Q, situate la distanțe egale, $a = 100m$ de punctul în care se produce explozia. Consideră situația simplă în care sursa exploziei şi detectorii se află într-un plan perpendicular pe muchia unghiului diedru determinat de suprafața pământului şi suprafața stratului de rocă. Dacă explozia se produce la momentul t_0, un detector înregistrează un şoc seismic la momentul $t_1 = t_0 + 0{,}025s$ şi un alt şoc la $t_2 = \left(t_0 + \sqrt{3}/40\right)s \cong t_0 + 0{,}043s$, iar detectorul al doilea înregistrează două şocuri, la momentele $t_1 = t_0 + 0{,}025s$ şi $t_2' = \left(t_0 + \sqrt{7}/40\right)s \cong t_0 + 0{,}066s$.
Determină:

a. distanța $p = |SP|$ dintre punctul în care a avut loc explozia şi suprafața stratului de rocă;

b. valoarea unghiului diedru dintre suprafața local orizontală a Pământului şi suprafața stratului de rocă.

În rezolvare poți – eventual – considera că undele seismice ajunse la detectorii R şi Q „par să vină" de la o sursă imaginară – simetrica sursei reale față de dreapta AB.
Se cunoaşte că într-un triunghi oarecare având laturile a, b, c şi unghiul C opus laturii c se poate scrie teorema Pitagora generalizată $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos C$

I.B. Valuri **(5 puncte)**

Undele datorate unor cutremure, cu epicentre aflate sub oceane, produc valuri pe suprafața acestora. În largul oceanului, acolo unde adâncimea h a apei are valoare mare, amplitudinea valului produs de cutremur – tsunami - este mică, dar când tsunami ajunge în apele puțin adânci din apropierea țărmului, amplitudinea valului devine importantă.

a. Determină expresia densității de energie (energia pe unitatea de lungime) dintr-o coardă elastică,uniformă, cu masa unității de lungime μ, în care, datorită tensionării cu o forță F, apar unde transversale armonice. Determină şi expresia puterii transportate de undă.

b. Arată că amplitudinea A a valului tsunami este proporțională cu $1/h^{1/4}$. În demonstrație ține seama că, la fel ca în cazul unei unde transversale într-o coardă, puterea transportată de undă este proporțională cu produsul dintre amplitudine, pulsație şi viteza de propagare, $v\omega^2 A^2$. Presupune că pulsația ω rămâne constantă şi că puterea undei nu se disipă. Ai în vedere că undele de suprafață, gravitaționale, pentru apă adâncă (şi pentru tsunami) au viteza de propagare $v = \sqrt{gh}$.

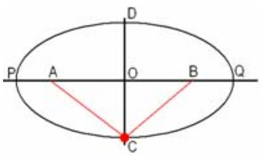
c. Presupunând că tsunami are amplitudinea de 30 de cm în larg, acolo unde adâncimea apei este de $h_{larg} = 4\,km$, determină amplitudinea pentru tsunami şi distanța dintre „creasta" valului şi „valea" acestuia într-o zonă de coastă în care adâncimea apei este $h_{mal} = 10m$.

II.A. Fiord şi. . . . . **(5 puncte)**

Fiordul, un golf foarte lung şi îngust, cu maluri înalte şi aproape verticale, poate fi considerat ca fiind un „vas” paralelipipedic cu lățime L şi lungime $\ell = 30km$, în care se află apă cu adâncimea $h = 30m$. Uneori, apa din fiord se poate legăna astfel încât suprafața plană a apei, un dreptunghi foarte îngust, se înclină rotindu-se față de un ax paralel cu laturile scurte ale fiordului şi plasat la jumătate din lungimea golfului. În acest mod de oscilație, gravitațional, apa se ridică şi apoi coboară la capetele înguste ale fiordului pe distanța d față de suprafața orizontală a apei liniştite. Analizând evoluția centrului de greutate al apei din fiord găseşte frecvența proprie a oscilației „de legănare” a apei în funcție de parametrii geometrici ai fiordului şi de valoarea accelerației gravitaționale $g = 10 m \cdot s^{-1}$. Ai în vedere că $\ell >> L >> h >> d$ şi că suprafața apei rămâne plană în timpul oscilației.

II.B. Mărgică **(5 puncte)**

Un fir inextensibil şi cu masa neglijabilă având lungimea 2ℓ este suspendat în punctele A şi B situate pe aceeaşi orizontală la distanța $2d$ unul de altul ($d < \ell$). O mărgică mică şi grea poate aluneca fără frecare pe fir . Determină expresia perioadei micilor oscilații ale mărgelei în planul vertical care trece prin punctele de suspensie ale firului. Accelerația gravitațională este g .



Ține eventual seamă că:
elipsa este locul geometric al punctelor pentru care suma distanțelor la două puncte fixe este constantă. Analitic, într-un sistem de coordonate cartezian, ecuația elipsei este $\left(x^2/a^2\right)+\left(y^2/b^2\right)=1$ *unde* $|OP| = |OQ| = a$ *este semiaxa mare a elipsei iar* $|OC| = |OD| = b$ *este semiaxa mică. Pentru situația din problemă* $|AC| = |CB| = \ell$ *şi* $|AO| = |OB| = d$ *. Pentru punctul* P *constanța sumei distanțelor conduce la* $|PA| + |PB| = a - d + a + d = 2a = 2\ell$ *.*

III.A. Lilieci şi . . . . . . **(5 puncte)**

Liliecii îşi dirijează zborul şi localizează prada emițând ultrasunete şi detectând ecoul acestora. Abilitatea lor de a prinde insecte, în timp ce zboară în întuneric cu viteză mare este uimitoare, iar sistemul lor sofisticat de ecolocație le permite să distingă între un fluture în zbor şi o frunză în cădere.

Consideră că aerul este imobil în raport cu Pământul şi că un liliac zboară spre un fluture cu viteza de $9{,}0\, m/s$ față de aer, în timp ce fluturele zboară către liliac cu viteza de $8{,}0\, m/s$ față de aer. Viteza ultrasunetelor în aer este $v = 343\, m/s$. În timpul zborului, liliacul emite semnale ultrasonore de scurtă durată şi de o anumită frecvență şi recepționează ultrasunetele reflectate de către fluturele în mişcare. Mai mult, liliacul modifică frecvența ultrasunetelor pe care le emite, până când frecvența ultrasunetelor recepționate devine $83\, kHz$, frecvență la care acesta „aude” cel mai bine.

a. Modelează situația descrisă mai sus, considerând o sursă punctiformă aflată în mişcare cu viteza absolută $\vec{v}_s$, care emite semnale cu frecvența ν şi un detector mobil care se mişcă pe aceeaşi direcție ca şi sursa cu viteza absolută $\vec{v}_d$, orientată în sens opus vitezei $\vec{v}_s$. Semnalele emise de sursă se propagă în mediu cu viteza $\vec{v}$ sub formă de unde sferice. Presupune că atât sursa cât şi detectorul se deplasează cu viteze având valori mai mici decât cea a vitezei de propagare a semnalelor emise de sursă.
Determină, din punctul de vedere al fizicii clasice, expresia frecvenței semnalelor recepționate de detector, în funcție de frecvența ν a semnalelor emise de sursă, de valoarea vitezei absolute v_S a sursei, de valoarea vitezei absolute a

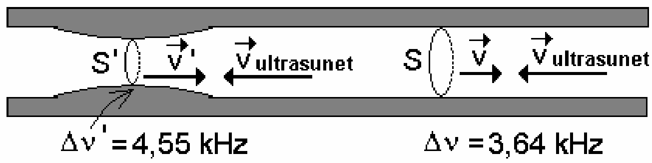
detectorului v_D precum şi de valoarea vitezei v de propagare a undelor mecanice. Analizează atât cazul în care sursa şi detectorul se apropie, aşa cum este menționat în enunțul problemei, cât şi în cazul când acestea se depărtează.

b. Calculează frecvența ultrasunetelor percepute şi reflectate de către fluture, dacă frecvența ultrasunetelor recepționate de către liliac este de $83\ kHz$.

c. Calculează frecvența ultrasunetelor emise de liliac, astfel încât frecvența ultrasunetelor recepționate de acesta să fie $83\ kHz$.

III.B. Carotidă **(5 puncte)**

Ecografele - dispozitive de scanare arterială cu ultrasunete de înaltă frecvență $(7-12\ MHz)$, permit obținerea unor imagini cu rezoluție foarte bună a arterelor situate în imediata vecinătate a suprafeței corpului, cum ar fi carotidele, precum şi determinarea vitezei de curgere a sângelui prin acestea.
Aceste dispozitive conțin o sursă ce emite ultrasunete, care vor fi reflectate de „particulele" în mişcare din componența sângelui şi un detector ce poate măsura cu precizie frecvența bătăilor obținute din suprapunerea la un moment dat a oscilațiilor provenite din undele ultrasonore incidente şi reflectate. Consideră că sursa de ultrasunete şi detectorul sunt situate foarte aproape unul de celalalt, că frecvența ultrasunetelor utilizate este de $\nu = 7 MHz$ şi că viteza de propagare a acestora prin arteră are valoarea $v_{ultrasunet} = 1540 m/s$. Presupune că viteza $\vec{v}$ de curgere a sângelui are aceeaşi valoare în toate punctele unei secțiuni transversale prin arteră.
Aşezând dispozitivul de scanare arterială cu ultrasunete în poziții succesive, deasupra carotidei se constată că frecvența bătăilor este de $\Delta\nu = 3{,}64 kHz$, cu excepția unei mici porțiuni în care frecvența bătăilor devine $\Delta\nu' = 4{,}55 kHz$. Creşterea frecvenței bătăilor indică o îngroşase a peretelui carotidei şi o obturare parțială a acesteia. Consideră că în timpul fiecărei determinări, dispozitivul de scanare arterială este în repaus fată de corpul persoanei pentru care se fac măsurătorile şi utilizează informațiile din figura de mai jos..



a. Determină valoarea v a vitezei de curgere a sângelui prin secțiunea transversală S a carotidei.
b. Estimează gradul de obturare $\frac{S-S'}{S}$ a carotidei.

Probleme propuse de
Profesor Delia Constanța DAVIDESCU, profesor Adrian S.DAFINEI